

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 04.09.2018

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C .

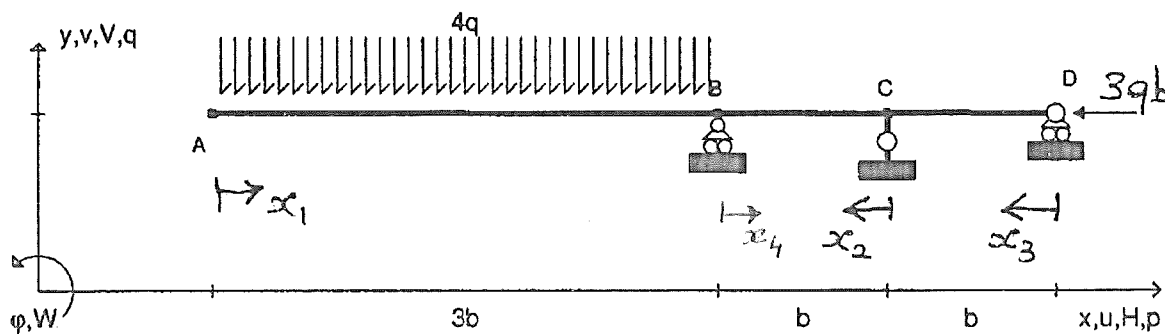
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A, v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 04.09.18*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

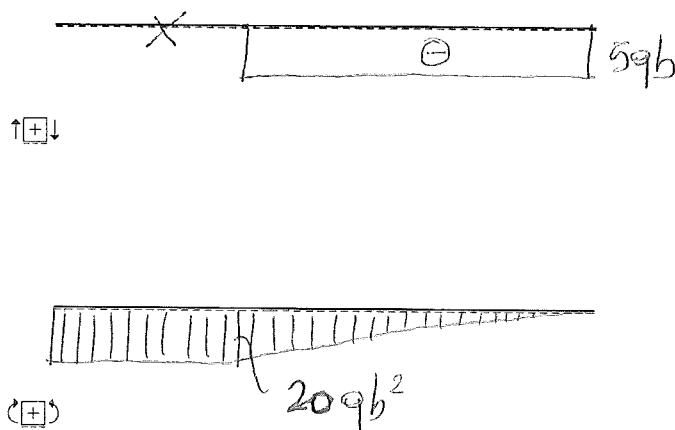
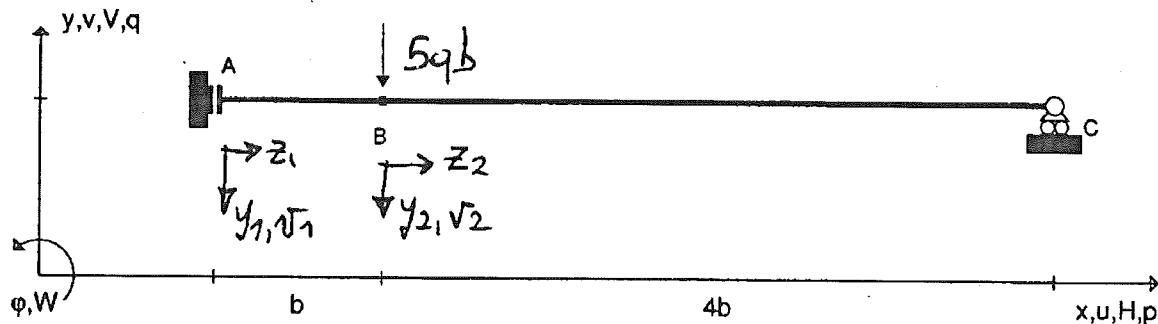
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *A*, v_A ;
4. La rotazione del punto *C*, θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 04.09.18*001



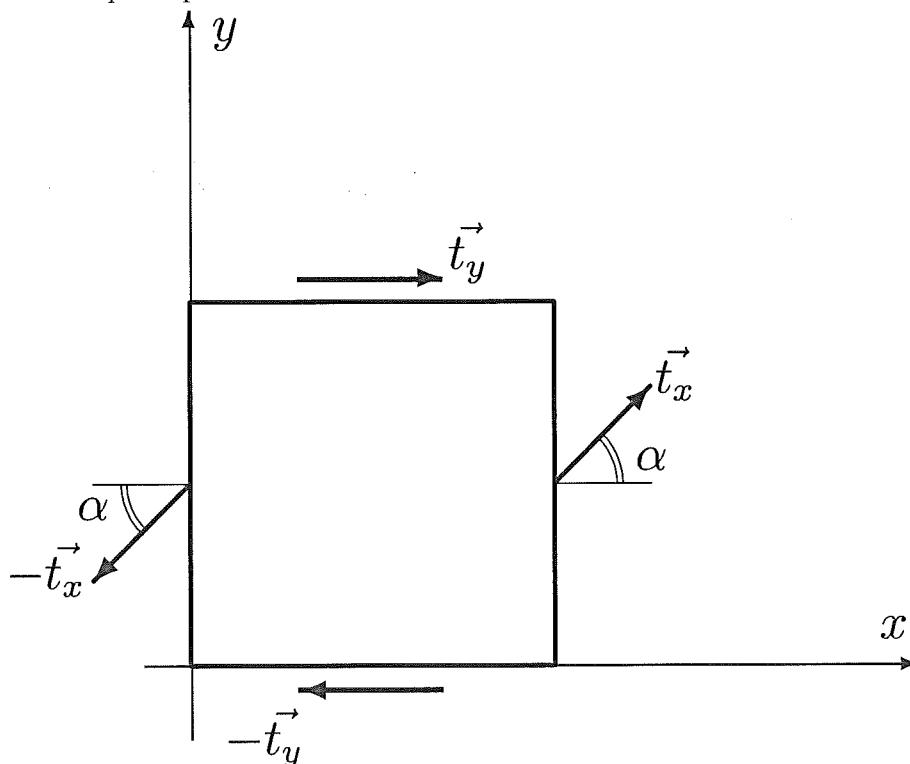
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; M_A (\curvearrowright) = \dots\dots\dots -20qb^2 \dots\dots\dots; V_C (\uparrow) = \dots\dots\dots 5qb \dots\dots\dots; \\
 N_{AB} &= \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; T_{AB} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; M_{AB} = \dots\dots\dots 20qb^2 \dots\dots\dots; \\
 N_{BC} &= \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; T_{BC} = \dots\dots\dots -5qb \dots\dots\dots; M_{BC} = \dots\dots\dots 20qb^2 - 5qbz_2 \dots\dots\dots; \\
 \text{c.c in A} &= \dots\dots\dots v_1'(z_1=0) = 0 \dots\dots\dots; \text{c.c in B} = \dots\dots\dots \begin{cases} v_1(z_1=b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=b) = v_2'(z_2=0) \end{cases} \dots\dots\dots; \\
 \text{c.c in C} &= \dots\dots\dots v_2(z_2=4b) = 0 \dots\dots\dots; \\
 v_1(z_1) &= \dots\dots\dots \frac{540}{3} \frac{qb^4}{EI} - 10 \frac{qb^2 z_1^2}{EI} \dots\dots\dots; v_1'(z_1) = \dots\dots\dots -20 \frac{qb^2 z_1}{EI} \dots\dots\dots; \\
 v_2(z_2) &= \dots\dots\dots \frac{560}{3} \frac{qb^4}{EI} - 20 \frac{qb^3 z_2}{EI} - 10 \frac{qb^2 z_2^2}{EI} + \frac{5}{6} \frac{qb z_2^3}{EI} \dots\dots\dots; v_2'(z_2) = \dots\dots\dots -20 \frac{qb^3}{EI} - 20 \frac{qb^2 z_2}{EI} + \frac{5}{2} \frac{qb z_2^2}{EI} \dots\dots\dots; \\
 v_A &= \dots\dots\dots \frac{540}{3} \frac{qb^4}{EI} \dots\dots\dots; \theta_C &= \dots\dots\dots -60 \frac{qb^3}{EI} \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = +1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 88$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

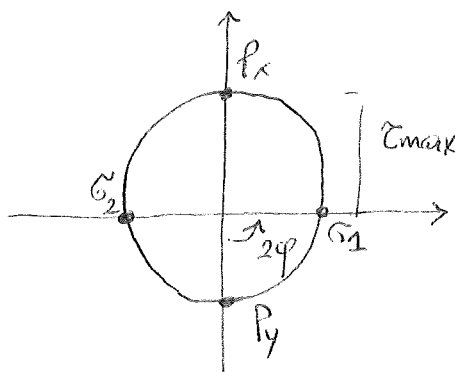
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = \dots 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = \dots 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \dots 88.0000 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = \dots 88.0000 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = \dots -88.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = \dots 88.0000 \dots \text{ (MPa)};$$

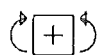
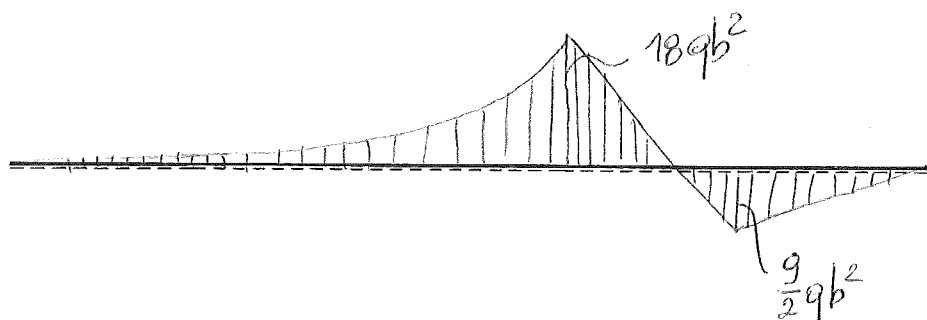
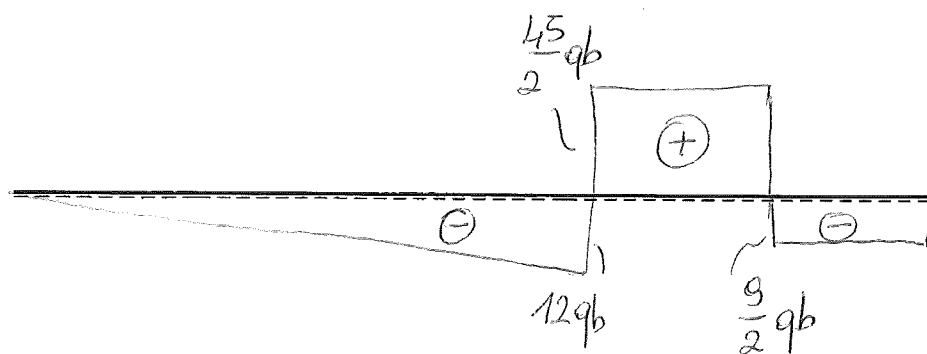
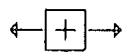
cerchio di Mohr:



$$P_x = (0, -88.0000)$$

$$P_y = (0, +88.0000)$$

$$\varphi = \dots 45.0000 \dots (^\circ);$$



$$\begin{aligned}
 V_B(\uparrow) &= \frac{39}{2}qb; H_C(\Rightarrow) = 3qb; V_C(\uparrow) = -27qb; V_D(\uparrow) = \frac{9}{2}qb; M_C(\curvearrowright) = \frac{9}{2}qb^2 \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = -4qx_1; M_{AB} = -2qx_1^2 \\
 N_{CB} &= 0; T_{CB} = \frac{45}{2}qb; M_{CB} = \begin{cases} \frac{9}{2}qb^2 - \frac{45}{2}qb x_2 \\ -18q x_2^2 + 45qb x_2 \end{cases} \\
 N_{DC} &= -3qb; T_{DC} = -\frac{9}{2}qb; M_{DC} = \frac{9}{2}qb x_3 \\
 v_A &= -\frac{225}{4} \frac{qb^4}{EI} \left(\downarrow \right)
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 04.09.2018

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

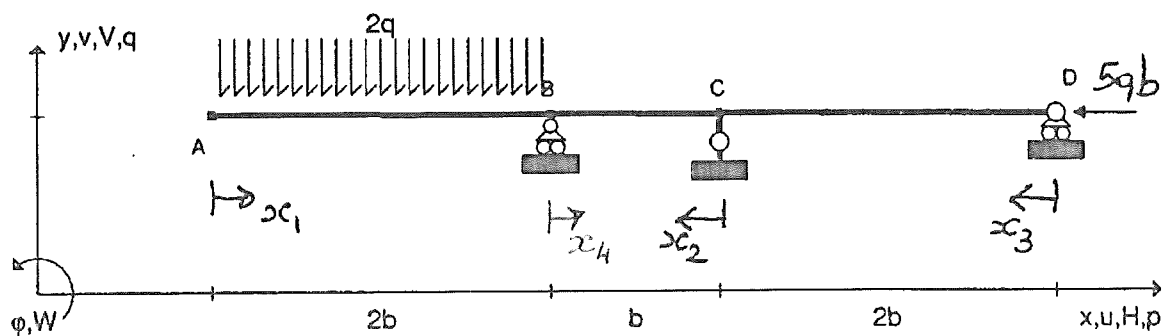
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 04.09.18*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

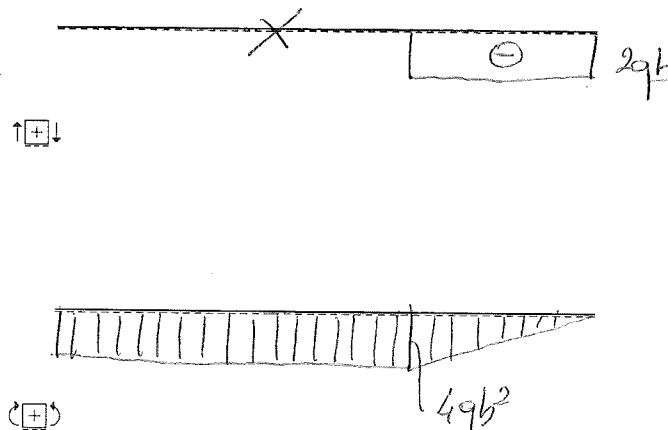
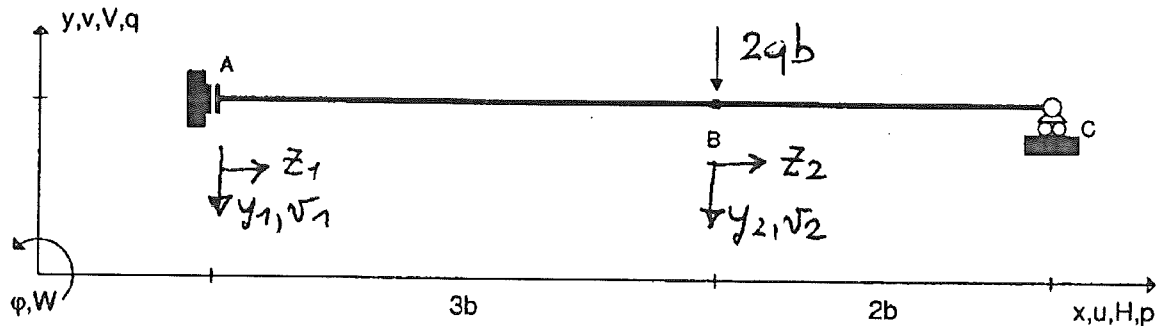
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v'_1(z_1) \cup v'_2(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto A , v_A ;
4. La rotazione del punto C , θ_C .

Università' di Cagliari

SdC_SdA 04.09.18*002



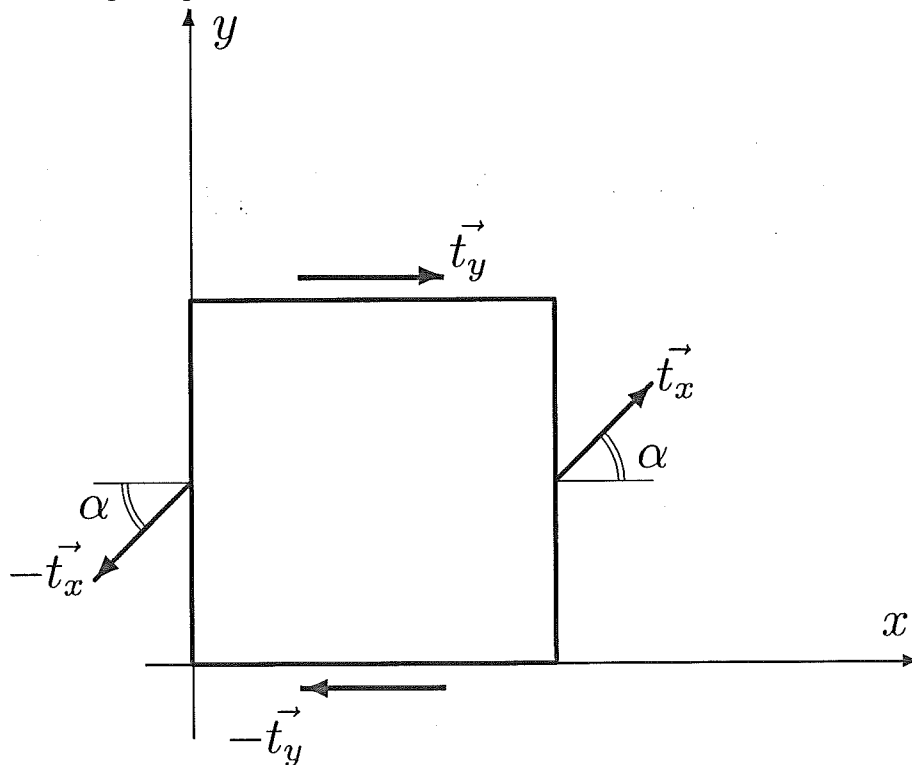
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; \quad M_A (\curvearrowright) = -4qb^2; \quad V_C (\uparrow) = 2qb; \\
 N_{AB} &= 0; \quad T_{AB} = 0; \quad M_{AB} = 4qb^2; \\
 N_{BC} &= 0; \quad T_{BC} = -2qb; \quad M_{BC} = 4qb^2 - 2qbz_2; \\
 \text{c.c in } A &= v'_1(z_1=0) = 0; \quad \text{c.c in } B = \begin{cases} v'_1(z_1=3b) = v'_2(z_2=0) \\ v_1(z_1=3b) = v_2(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in } C &= v_2(z_2=2b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{142}{3} \frac{qb^4}{EI} - \frac{2qb^2 z_1^2}{EI}; \quad v'_1(z_1) = -\frac{4qb^2 z_1}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{88}{3} \frac{qb^4}{EI} - \frac{12qb^3 z_2}{EI} - \frac{2qb^2 z_2^2}{EI} + \frac{qbz_2^3}{3EI}; \quad v'_2(z_2) = -\frac{12qb^3}{EI} - \frac{4qb^2 z_2}{EI} + \frac{qbz_2^2}{EI}; \\
 v_A &= \frac{142}{3} \frac{qb^4}{EI} (\downarrow); \quad \theta_C = -\frac{16}{3} \frac{qb^3}{EI} (\curvearrowleft).
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +180^\circ$ (sicché $\cos \alpha = -1$; $\sin \alpha = 0$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 77$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

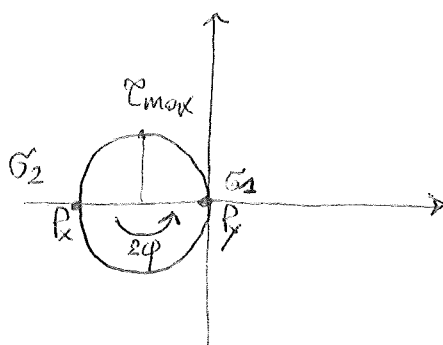
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -77.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 0.0000 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 0.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -77.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 38.5000 \text{ (MPa)};$$

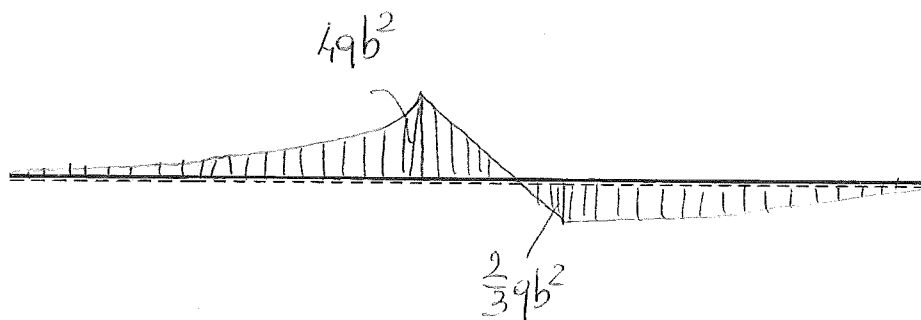
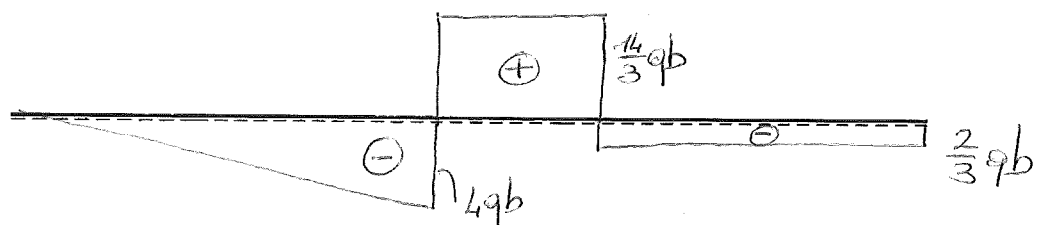
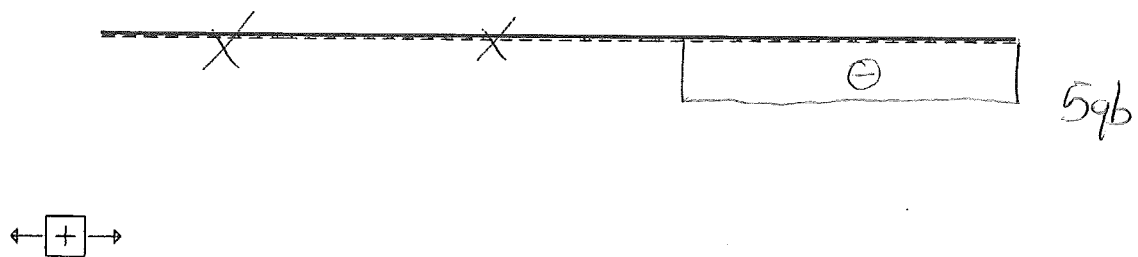
cerchio di Mohr:



$$P_x = (-77.0000, 0.0000)$$

$$P_y = (0.0000, 0.0000)$$

$$\varphi = 90.0000 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$V_B(\uparrow) = \frac{26}{3}qb$	$H_C(\Rightarrow) = 5qb$	$V_C(\uparrow) = -5qb$	$V_D(\uparrow) = \frac{1}{3}qb$	$M_C(\curvearrowright) = +\frac{2}{3}qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -2qx_1$	$M_{AB} = -qx_1^2$		
$N_{CB} = 0$	$T_{CB} = \frac{14}{3}qb$	$M_{CB} = \int \frac{2}{3}qb^2 - \frac{14}{3}qb x_2$		
$N_{DC} = -5qb$	$T_{DC} = -\frac{1}{3}qb$	$M_{DC} = \int -4qb^2 + \frac{14}{3}qb x_4$		
$V_L = -\frac{58}{3}qb$	$\frac{qb^4}{15}$	(\downarrow)		